Opgave 2. 4

En virksomhed sælger en vare på to markeder, som i det efterfølgende benævnes marked X og marked Y

Den simultane sandsynlighedsfordeling kan beskrives på følgende vis, hvor sandsynlighederne angiver salget pr uge på de to markeder:

X \ Y	0	1	2
0	0,22	0,05	0,02
1	0,10	0,22	0,09
2	0,04	0,07	0,19

1. Find X og Y´s marginalfordeling
2. Beregn X og Y´s forventede værdier
3. Beregn kovariansen mellem X og Y
4. Beregn korrelationen mellem X og Y
5. Beregn den forventede værdi for det samlede salg
6. Beregn variansen for det samlede salg

1: De marginale fordelinger fremkommer ved lodret og vandret summation:

X Y	0	1	2	
0	0,22	0,05	0,02	0,29
1	0,1	0,22	0,09	0,41
2	0,04	0,07	0,19	0,3
	0,36	0,34	0,3	1

Eksempelvis er P(X=1) = 0,34

2: E(X) = 0*0,36 + 1*0,34 + 2*0,30 = 0,94
E(Y) = 1*0,29 + 1*0,41 + 2*0,3 = 1,01

3: Kovariansen mellem X og Y er $E((X-\mu_X)(Y-\mu_Y))$ og kan reduceres til udtrykket

COV(X,Y) = E(XY)- $\mu_X \ \mu_Y$, hvor

E(XY) = $\sum_x \sum_y xyP(x,y)$ i det diskrete tilfælde.

Vi får at E(XY) = $\sum_x \sum_y xyP(x,y)$ = 0*0*0,22 + 0*1*0,1 + … + 2*2*0,19 = 1,3

Dermed er COV(X,Y) = E(XY)- $\mu_X \ \mu_Y$ = 1,3 – 1.01*0,94 = 0,3506

4: Korrelationskoefficienten mellem X og Y er

$$\rho = \text{Corr}(X,Y) = \frac{\text{COV}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}.$$

Så da Var(X) = 0,6564 og Var(Y) = 0,5899 får vi at

$$\rho = \mathrm{Corr}(X, Y) = \frac{\mathrm{COV}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{0{,}3506}{\sqrt{0{,}6564}\sqrt{0{,}5899}} = 0{,}5634$$

5: Det samlede salg er givet ved den stokastiske variabel X+Y.

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y) = 0{,}94 + 1{,}01 = 1{,}95$$

6: $\mathrm{Var}(X+Y) = \mathrm{Var}(X) + \mathrm{Var}(Y) + 2\mathrm{COV}(X,Y) = 0{,}6564 + 0{,}5899 + 2*0{,}3506 = 1{,}9475$