

### Opgave 3. 12

På en udvalgt uddannelsesinstitution er der ca. 125 studerende og for disse ønskes en række sandsynligheder beregnet. Andelen af studerende, der består statistik vides at ligge på omkring 80 %

1. Angiv fordeling for antallet af studerende der består statistik  
Præciser forudsætningerne
2. Beregn forventning og standardafvigelse for antallet af studerende der består statistik
3. Beregn sandsynligheden for at mere end 110 består
4. Beregn sandsynligheden for at netop 100 består
5. Beregn sandsynligheden for at netop 30 *ikke* består

Antallet af timer en studerende bruger på statistik-studier på ét år er normalfordelt med en middelværdi på 200 og en standardafvigelse på 40

6. Beregn sandsynligheden for, at en tilfældig udvalgt studerende anvender mere end 220 timer på statistik-studier på ét år
7. Beregn sandsynligheden for, at en tilfældig udvalgt studerende anvender mindre end 130 timer på statistik-studier på ét år
8. Beregn sandsynligheden for, at 10 tilfældig udvalgte studerende i gennemsnit anvender mindre end 190 timer på statistik-studier på ét år

Antallet af studerende der kommer for sent til en statistiktide er ca. 8 pr. dag

9. Angiv fordeling for antallet af studerende der kommer for sent  
Præciser forudsætninger
10. Beregn sandsynligheden for, at netop 8 kommer for sent på en tilfældig dag
11. Beregn sandsynligheden for, at mere end 6 kommer for sent på en tilfældig dag

Løsningsforslag:

1: Vi lader  $X$  være en stokastisk variabel, der angiver antallet af studerende ud af de 125, der ikke består statistik  
 $X$  er binomialfordelt med  $n=125$  og  $p=0,80$  de det med nogen ret må kunne antages, at

1. Hvert forsøg har to mulige udfald (bestå eller ej)
2.  $n$  er et endeligt tal ( $n=125$ )
3.  $p$  er konstant fra forsøg til forsøg
4. Forsøgene er indbyrdes uafhængige (Forudsættes)

$$2: E(X) = n \cdot p = 125 \cdot 0,80 = 100$$

$$\text{Var}(X) = n \cdot p \cdot (1-p) = 125 \cdot 0,80 \cdot 0,20 = 20$$

$$\text{ST}(X) = \sqrt{20} = 4,47$$

$$3: P(X > 110) = 1 - P(X \leq 110) = 1 - 0,9934 = 0,0066 = 0,66 \%$$

$$4: P(X=100) = K(125, 100) \cdot 0,80^{100} \cdot 0,20^{25} = 0,0889 = 8,89 \%$$

$$5: P(\text{netop 30 består ikke}) = P(X=95) = K(125, 95) \cdot 0,80^{95} \cdot 0,20^{30} = 0,0459 = 4,59 \%$$

Vi lader  $Y$  være en stokastisk variabel, der angiver antallet af timer en studerende bruger på statistik-studier på ét år.  $Y$  er normalfordelt.

$$6: P(Y > 220) = 1 - P(Y \leq 220) = 1 - \Phi\left(\frac{220 - 200}{40}\right) = 1 - \Phi(1/2) = 1 - 0,6915 = 0,3085 = 30,85 \%$$

$$7: P(Y < 130) = \Phi\left(\frac{130 - 200}{40}\right) = \Phi(-1,75) = 0,0401 = 4,01 \%$$

$\bar{Y}$  er normalfordelt med samme middelværdi som Y med en standardafvigelse på  $40/\sqrt{125}$

$$8: P(\bar{Y} < 190) = \Phi\left(\frac{190 - 200}{40/\sqrt{125}}\right) = \Phi(-2,795) = 0,0026 = 0,26 \%$$

9: Vi lader S være en stokastisk variabel, der angiver antallet af studerende der kommer for sent til en statistiktide. S er Poissonfordelt med en parameter på 8.

$$10: P(S=8) = \frac{8^8 e^{-8}}{8!} = 0,1396 = 13,96 \%$$

$$11: P(S > 6) = 1 - P(S \leq 6) = 1 - 0,3134 = 0,6866 = 68,66 \%$$

