

Opgave 3.15

$$\begin{aligned}
 P(X > 80) = 0,40 \quad \wedge \quad P(X > 100) = 0,15 \\
 \Downarrow \\
 P(X \leq 80) = 0,60 \quad \wedge \quad P(X \leq 100) = 0,85 \\
 \Downarrow \\
 P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{80 - \mu}{\sigma}\right) = 0,60 \quad \wedge \quad P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{100 - \mu}{\sigma}\right) = 0,85 \\
 \Downarrow \\
 P\left(Z \leq \frac{80 - \mu}{\sigma}\right) = 0,60 \quad \wedge \quad P\left(Z \leq \frac{100 - \mu}{\sigma}\right) = 0,85 \\
 \Downarrow \\
 \Phi\left(\frac{80 - \mu}{\sigma}\right) = 0,60 \quad \wedge \quad \Phi\left(\frac{100 - \mu}{\sigma}\right) = 0,85 \\
 \Downarrow \\
 \frac{80 - \mu}{\sigma} = 0,2533 \quad \wedge \quad \frac{100 - \mu}{\sigma} = 1,0364 \\
 \Downarrow \\
 \mu = 73,53 \quad \wedge \quad \sigma = 25,54
 \end{aligned}$$

$$P(X < 70) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{70 - \mu}{\sigma}\right) = P\left(Z \leq \frac{70 - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{70 - 73,53}{25,54}\right) = \Phi(-0,1382) = 0,4450$$

Vi lader Y være en stokastisk variabel, der angiver antallet ud af de 50 biler, der kører for stærkt. Y er binomialfordelt med antalsparameter $n = 50$ og sandsynlighedsparameter $p = 0,40$, da

1. der er tale om to mulige udfald (enten kører en bil for stærkt eller ej)
2. der er tale om et endeligt antal biler
3. der må forudsættes uafhængighed mellem farten af de enkelte biler – egentlig er Y hypergeometrisk fordelt, men da der må være tale om en lille stikprøve ud af en stor mængde, approximerer denne til binomialfordelingen.

$$P(Y=22) = K(50,22)0,40^{22}0,60^{28} = 0,0959$$

Middelværdien af Y er $np = 50 \cdot 0,40 = 20$ så dette er også typetallet.

$$\begin{aligned}
 P(\text{kør for stærkt} \mid \text{ung mand}) &= \frac{P(\text{kør for stærkt} \cap \text{ung mand})}{P(\text{ung mand})} \\
 &= \frac{P(\text{ung mand} \mid \text{kør for stærkt})P(\text{kør for stærkt})}{P(\text{ung mand})} \\
 &= \frac{0,20 \cdot 0,40}{0,10} \\
 &= 0,80
 \end{aligned}$$