

Opgave 4.7

For at vurdere virkningen af en ny astmamedicin, er 10 patienters lungekapacitet blevet målt før og behandlingen med den nye medicin og igen 3 uger inde i behandlingsperioden.

Disse resultater ses i nedenstående tabel:

Patient	Lungekapacitet før behandling	Lungekapacitet efter 3 uger
1	3,2	3,3
2	3,1	3,3
3	2,9	3,7
4	3,4	3,3
5	3,3	3,5
6	3,1	3,4
7	3,0	3,1
8	2,8	3,7
9	2,5	3,6
10	2,7	3,2

1. Undersøg om den nye astma-medicin har en signifikant virkning.

Der er tale om parvise stikprøver

Hypotese:

$$H_0 : \mu_{\text{før}} - \mu_{\text{efter}} \geq 0 \Leftrightarrow \mu_D \geq 0$$

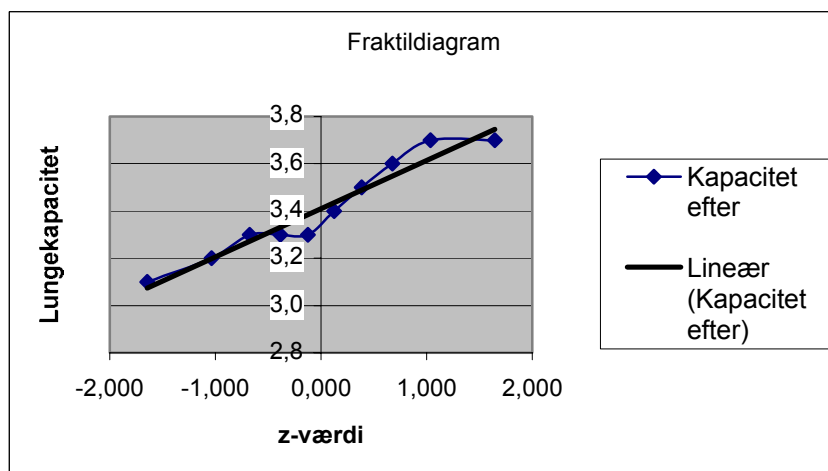
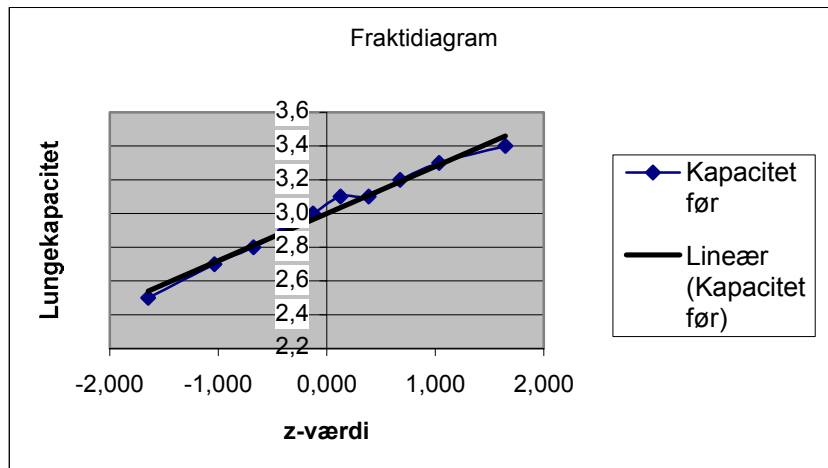
$$H_1 : \mu_{\text{før}} - \mu_{\text{efter}} < 0 \Leftrightarrow \mu_D < 0$$

Forudsætninger:

\bar{X}_1 og \bar{X}_2 normalfordelte. Dette er opfyldt hvis moderpopulationerne er normalfordelte.

Dette kan undersøges ved at lave et fraktildiagram for hver af de to populationer.

Disse ses nedenfor, og det fremgår, at det med rimelighed kan siges at plottene udgør rette linier. Der er i ingen af de to tilfælde en systematisk afvigelse fra en ret linie. Derfor vil jeg antage, at de to populationer er normalfordelte



Data til fraktildiagrammerne:

Før behandling				Efter 3 uger			
Lungekapacitet	Obs. Nr.	$F(x) = \frac{\text{Obs.nr.} - 0,5}{n}$	$z = \Phi^{-1}(x)$	Lungekapacitet	Obs. Nr.	$F(x) = \frac{\text{Obs.nr.} - 0,5}{n}$	$z = \Phi^{-1}(x)$
2,5	1	0,05	-1,645	3,1	1	0,05	-1,645
2,7	2	0,15	-1,036	3,2	2	0,15	-1,036
2,8	3	0,25	-0,674	3,3	3	0,25	-0,674
2,9	4	0,35	-0,385	3,3	4	0,35	-0,385
3,0	5	0,45	-0,126	3,3	5	0,45	-0,126
3,1	6	0,55	0,126	3,4	6	0,55	0,126
3,1	7	0,65	0,385	3,5	7	0,65	0,385
3,2	8	0,75	0,674	3,6	8	0,75	0,674
3,3	9	0,85	1,036	3,7	9	0,85	1,036
3,4	10	0,95	1,645	3,7	10	0,95	1,645

Teststørrelse:
$$t_{DF=n-1}^{test} = \frac{\bar{d} - \mu_{D_0}}{s_D / \sqrt{n}} = \frac{-0,41 - 0}{0,3985 / \sqrt{10}} = -3,2535$$

Patient	D
1	-0,1
2	-0,2
3	-0,8
4	0,1
5	-0,2
6	-0,3
7	-0,1
8	-0,9
9	-1,1
10	-0,5

Excel Ungrouped Data:

Sample Data:	D
Number of Data Points	10
Minimum	-1,1
Maximum	0,1
Total	-4,1
Arithmetic mean	-0,41
Median	-0,25
Mode	Nil
First Quartile	-0,8
Third Quartile	-0,1
Range	1,2
Inter Quartile Range	0,7
Variance (Sample)	0,1588
Standard Deviation (Sample)	0,3985
Coefficient of Variation (Sample)	0,9719
Pearson's Skewness Coeff (Sample)	1,2046
Mean Absolute Deviation	0,332
Standard Error of Mean	0,126

Kritisk værdi:

$$t_{DF=n-1; 1-\alpha/2}^{kritisk} = t_{DF=9; 0,975}^{kritisk} = 2,262$$

Excel: Probabilities

Normal Dist:	x	z	Mean	StDev	
	1644854,	1,645	0,	1,	
Pr(X <= x)	Pr(X > x)	Pr(-x < X < +x)	Pr(0 <.. < +z)	Pr(Tails)	
0,95000	0,05000	0,90000	0,45000	0,10000	

Beslutningsregel :

Nulhypotesen forkastes såfremt $t^{test} < -t^{kritisk}$, dvs. såfremt $t^{test} < -2,262$

Da $t_{DF=n-1}^{test} = -3,2535$ forkastes H_0 . Vi har dermed påvist, at den nye astmamedicin har en signifikant virkning.

2. Undersøg, om lungekapaciteten før behandling er større end 2,8

Hypotese:

Nulhypotesen $H_0 : \mu \leq 2,8$

Alternativhypotesen $H_1 : \mu > 2,8$

Forudsætninger:

Moderpopulationen normalfordelt. Dette er opfyldt iflg. spørgsmål 1

De 10 patienter må antages at udgøre under 5% af samtlige astmapatienter, så der foretages ikke korrektion for endelig population.

Teststørrelse:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim T(n-1)$$

$$t_{DF=n-1}^{test} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{3,0 - 2,8}{\frac{0,2789}{\sqrt{10}}} = 2,2677$$

Excel Ungrouped Data:

Sample Data:	Før
Number of Data Points	10
Minimum	2,5
Maximum	3,4
Total	30,0
Arithmetic mean	3,0
Median	3,05
Mode	3,1
First Quartile	2,8
Third Quartile	3,2
Range	0,9
Inter Quartile Range	0,4
Variance (Sample)	0,0778
Standard Deviation (Sample)	0,2789
Coefficient of Variation (Sample)	0,093
Pearson's Skewness Coeff (Sample)	-
Mean Absolute Deviation	0,22
Standard Error of Mean	0,0882

Kritisk værdi:

Vi vælger at teste på signifikansniveau 5%.

$$t_{DF=n-1;1-\alpha}^{kritisk} = t_{DF=9;0,95}^{kritisk} = 1,833$$

Excel: Probabilities

t Distribution:	T	df	Mean	StDev	
	1,833	9,	0,	1,1339	
Pr(t <= T)		Pr(t > T)	Pr(-T<t<+T)	Pr(0<..<+T)	Pr(Tails)
0,95000		0,05000	0,90000	0,45000	0,10000

Beslutningsregel og konklusion:

Nulhypotesen forkastes såfremt $t_{DF=9}^{test} > t_{DF=9;1-\alpha=0,95}^{kritisk}$, dvs såfremt $t_{DF=9}^{test} > 1,833$

Da $t_{DF=9}^{test} = 2,2677$ forkastes H_0 .

Vi har dermed påvist, at lungekapaciteten før behandling er større end 2,8

3. Undersøg, om lungekapaciteten efter 3 uger er større end 3,3

Hypotese:

Nulhypotesen $H_0 : \mu \leq 3,3$

Alternativhypotesen $H_1 : \mu > 3,3$

Forudsætninger:

Moderpopulationen normalfordelt. Dette er opfyldt iflg. spørgsmål 1

De 10 patienter må antages at udgøre under 5% af samtlige astmapatienter, så der foretages ikke korrektion for endelig population.

Teststørrelse:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim T(n-1)$$

$$t_{DF=n-1}^{test} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{3,41 - 3,3}{0,2079/\sqrt{10}} = 1,6732$$

PaceXL Ungrouped Data:

Sample Data:	Efter
Number of Data Points	10
Minimum	3,1
Maximum	3,7
Total	34,1
Arithmetic mean	3,41
Median	3,35
Mode	3,3
First Quartile	3,3
Third Quartile	3,6
Range	0,6
Inter Quartile Range	0,3
Variance (Sample)	0,0432
Standard Deviation (Sample)	0,2079
Coefficient of Variation (Sample)	0,061
Pearson's Skewness Coeff (Sample)	0,8658
Mean Absolute Deviation	0,172
Standard Error of Mean	0,0657

Kritisk værdi:

Jeg vælger at teste på signifikansniveau 5%.

$$t_{DF=n-1;1-\alpha}^{kritisk} = t_{DF=9;0,95}^{kritisk} = 1,833$$

PaceXL: Probabilities

t Distribution:	T	df	Mean	StDev	
	1,833	9,	0,	1,1339	
	Pr(t <= T)	Pr(t > T)	Pr(-T<t<+T)	Pr(0<..<+T)	Pr(Tails)
	0,95000	0,05000	0,90000	0,45000	0,10000

Beslutningsregel og konklusion:

Nulhypotesen forkastes såfremt $t_{DF=9}^{test} > t_{DF=9;1-\alpha=0,95}^{kritisk}$, dvs såfremt $t_{DF=9}^{test} > 1,833$

Da $t_{DF=9}^{test} = 1,833$ fastholdes H_0 .

Det kan dermed ikke påvises, at lungekapaciteten efter behandling er større end 3,3